



REDUKCJA WYMIARU SYTUACJI PROBLEMOWEJ METODĄ ANALIZY CZYNNIKOWEJ

Ryszard Kłos, Akademia Marynarki Wojennej

W podejściu klasycznym modeli matematycznych poszukiwano metodami analitycznymi. W zastosowaniach inżynierskich często poszukuje się ich metodami półempirycznymi. Obecnie obserwuje się także wzrost zainteresowania modelami empirycznymi, poszukiwanymi zazwyczaj statystycznymi metodami eksploracji danych *EDA (Exploratory Data Analysis)*, zwanymi także *Data Mining* (dawniej używano także określeń *Data Digging*). Jedną z nich jest *analiza czynnikowa – FA*.

Pod pojęciem *analizy czynnikowej* należy rozumieć trzy metody określone w języku angielskim jako: *factorial analysis*, *factor analysis* oraz *component analysis* [3]. Pierwsza dotyczy planowania eksperymentu, dwie pozostałe dotyczą zastępowania zmiennych mniejszą ich liczbą (redukcja wymiarowości sytuacji problemowej). Jako *FA* będą tutaj rozważane metody statystyczne służące do zastąpienia zmiennych niezależnych opisujących dany obiekt (np. szereg parametrów technicznych urządzenia) nowym ich zestawem, wygodniejszym do praktycznego stosowania – np. pozwalającym na jednoznaczne sklasyfikowanie urządzenia jako wysokiej czy niskiej klasy – podobnie jak przy analizie wymiarowej, za pomocą liczby Reynoldsa można sklasyfikować rodzaje przepływu na trzy grupy: laminarny, przejściowy i burzliwy. Istnieją także inne metody takiej redukcji. Jedną z szeroko stosowanych w technice (inżynierii chemicznej, procesowej, sanitarnej itp.) jest półempiryczna metoda *analizy wymiarowej Bingham* [8].

Wprowadzenie

Każdy system lub przebiegający w nim proces charakteryzuje się wieloma parametrami technicznymi, ekonomicznymi, estetycznymi itp. Zwykle część z nich jest ze sobą silnie powiązana, np. zużycie paliwa z masą samochodu i uzyskiwanym przyspieszeniem. Istnieje więc możliwość określenia jednego parametru zastępczego (który pozwalałby np. na sklasyfikowanie systemu, rozumiane jako kwestię do rozstrzygnięcia w sytuacji problemowej), opartego na cechach pierwotnych, między którymi występują silne powiązania. Przy wielu zagadnieniach statystycznych dąży się do tego, aby analizowane zmienne były niezależne. W *FA* dążenie to uwidacznia się poprzez szukanie i zawieranie skorelowanych cech w jednym parametrze, uzyskując w ten sposób zestaw cech niezależnych.



Korelacje

Poszukiwanie korelacji pomiędzy cechami pierwotnymi powinno stanowić normę postępowania już dla średnio uwikłanych zagadnień. W wielu metodach analitycznych (nie tylko statystycznych) występowanie interakcji pomiędzy zmiennymi prowadzi do błędnych wniosków lub komplikuje sytuację problemową do tego stopnia, że nie jest możliwe prawidłowe modelowanie badanych zjawisk [np. 11].

Powszechnie używaną miarą korelacji jest współczynnik korelacji – r , rozumiany tutaj jako *współczynnik korelacji liniowej Pearsona*. Inną, popularną miarą korelacji jest *współczynnik Spearmana* wykorzystujący tę samą zależność co współczynnik Pearsona, z tą różnicą, że danymi są rangi (wartości porządkowe dla danych), nie zaś otrzymane wyniki. Interpretacja współczynnika Spearmana jest taka sama, lecz nie jest zawężana do regresji liniowej. Współczynnik ten wykorzystywany jest przy testowaniu hipotez nieparametrycznych, określaniu korelacji bez względu na rozkład statystyczny, określaniu regresji dowolnego typu itp.

Standaryzacja

W celu uniezależnienia zmiennych od ich miana (wymiaru fizycznego) wygodnie jest przeprowadzić ich standaryzację polegającą na odjęciu od nich wartości średniej i podzieleniu przez odchylenie standardowe.

Zabieg ten jest także wymagany ze względu na stosowaną metodę wnioskowania, gdyż *FA* opiera się na obracaniu układu współrzędnych. Z matematycznego punktu widzenia polega to na mnożeniu wartości zmiennych przez funkcje trygonometryczne kąta obrotu i dodawaniu ich do siebie, czyli tworzeniu ich kombinacji liniowych [9]. Często dodawanie wartości mianowanych nie ma sensu fizycznego (często nie są one addytywne), lecz dla zmiennych standaryzowanych takie niebezpieczeństwo nie istnieje.

Elipsa koncentracji

Gdy istnieje dostatecznie silna korelacja liniowa pomiędzy zmiennymi dwuwymiarowymi, to ułożą się one w postać podobną do elipsy koncentracji przedstawionej na rys. 1. Uogólniając na większą liczbę wymiarów mówi się o hiperelipsie koncentracji. Z rysunku tego wynika, że przedstawione na nim dane są silnie skorelowane, a zastąpienie układu współrzędnych XY przez osie elipsy koncentracji $X'Y'$ daje możliwość charakteryzacji punktów pomiarowych jedynie za pomocą zmiennej X' bez znacznej utraty informacji. W pokazanym na rys. 1 przypadku redukcja wymiarów będzie wiązała się z obrotem układu współrzędnych o 45° . Macierz kowariancji określająca wzajemną zależność pomiędzy zmiennymi dla zestandaryzowanych danych przechodzi w macierz korelacji.



Rys. 1. Przykładowy wykres rozrzutu z elipsą koncentracji i jej osiami głównymi.

Wielkości poza przekątną w macierzy korelacji wskazują, jak bardzo wartości są skorelowane pomiędzy sobą. Obrazem stosowanego w tej sytuacji obrotu układu współrzędnych o 45° , ustalającego osie układu współrzędnych wzdłuż osi głównych elipsy rozrzutu, jest diagonalizacja macierzy kowariancji/korelacji [2]:

$$\underline{\underline{R}} = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{xy} \\ \rho_{xy} & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{obrót o } 45^\circ} \underline{\underline{R'}} = \begin{pmatrix} a^2 & 0 \\ 0 & b^2 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Dla danych rzeczywistych kąt obrotu może różnić się od 45° a wartości współczynników korelacji utworzą wtedy tzw. *wartości korelacji reszkowej* omówione dalej.

Składowe główne

Z założenia po dokonaniu obrotu całkowity rozrzut zawarty w danych nie może się zmienić (całkowity rozrzut danych równy jest sumie wszystkich wariancji), wobec czego: $a^2 + b^2 = 1 + 1 = 2$. Nowe zmienne, powstałe ze zmiennych wyjściowych po obrocie układu, noszą nazwę *składowych głównych*. Mają one tę właściwość, że są nieskorelowane, posiadają wartości średnie równe zero, a różnią się jedynie rozrzutem (wariancją). Związek pomiędzy składowymi głównymi a pierwotnymi cechami można dla konkretnej cechy zapisać jako:

$$\forall_{i>2} \quad X_i = a_{i1} \cdot X'_1 + a_{i2} \cdot X'_2 + \dots + a_{ik} \cdot X'_k \quad (2)$$

gdzie: X'_i – nowa zmienna,



- X_i – stara zmienna,
- k – liczba składowych głównych,
- a_{ik} – ładunki czynnikowe.

Przyczynek swoisty i wariancja swoista

Analiza, w której uwzględnia się wszystkie składowe główne, nie prowadzi do redukcji wymiarowości sytuacji problemowej. Jeśli natomiast niektóre składowe główne zostają pominięte, to przykładowo przy uwzględnieniu jedynie dwóch wartości równanie (2) przybierze postać:

$$X_i = a_1 \cdot X'_1 + a_2 \cdot X'_2 + E_i \quad (3)$$

gdzie: E_i – przyczynek swoisty dla cechy i .

Przyczynek swoisty to różnica pomiędzy wartością cechy wyrażoną przez wszystkie nowe zmienne a wartością przy zaniedbaniu zmiennych uznanych za mało istotne dla uproszczonego modelu. Wynika stąd, że przyczynek swoisty jest miarą dokładności odwzorowania przy pomocy zredukowanej liczby nowych zmiennych cechy rozpatrywanego systemu. Zmienne X'_1 i X'_2 wygodnie jest poddać standaryzacji, po czym nazywane są one czynnikami. Wariancja zmiennej X_i z (3) wyniesie:

$$V(X_i) = a_1^2 + a_2^2 + V(E_i) \quad (4)$$

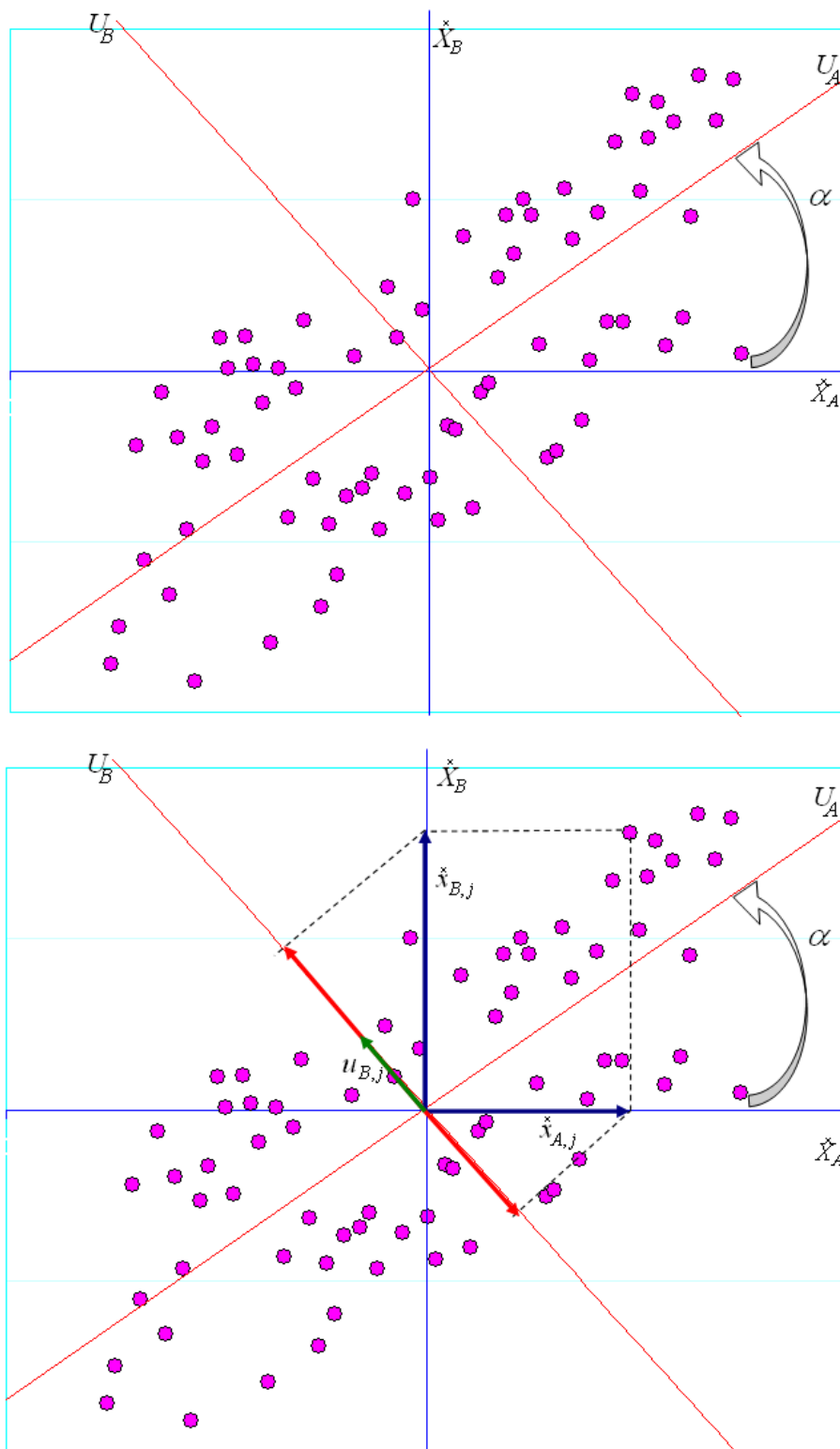
gdzie: $a_1^2 + a_2^2$ – zasoby zmienności wspólnej,
 $V(E_i)$ – wariancja swoista,

Uproszczenie struktury czynnikowej

Po wykonaniu wyżej opisanych operacji zależności pomiędzy cechami mierzonymi a czynnikami mogą być nadal trudne do interpretacji. Dla ułatwienia ich analizy, opracowano strategię upraszczania struktury czynnikowej. Ładunki czynnikowe można poddać powtórnie obrotowi tak, aby jedne z nich osiągnęły duże a inne bliskie zero wartości – tworzenie tzw. *struktury prostej*. Strategie te wygodnie jest realizować za pomocą odpowiednich programów komputerowych, np. *STATISTICA*. Najczęściej stosowaną strategią jest rotacja typu *varimax*, polegająca na maksymalizacji wariancji dla poszczególnych cech. Po wykonaniu takiej rotacji wyjściowe zmienne układają się w pobliżu osi wybranych czynników w przestrzeni.

Rotacja typu varimax

Dla dwóch zmiennych standardowych na rys. 2 pokazano przykładowe wyniki N obserwacji, przy czym ze względu na zastosowaną standaryzację środek układu współrzędnych został wybrany w punkcie odpowiadającym średnim próbkom.



Rys. 2. Przykładowy wykres N obserwacji dla dwóch zmiennych standardowych.

Każdy punkt na tym wykresie oznacza zmierzony w doświadczeniu wektor cech obiektu, czyli wynik pomiaru – np. na rys. 2 przykładowy punkt o współrzędnych $(\hat{x}_{A,i}; \hat{x}_{B,i})$. W takim przypadku można dopasować linię U_A do chmury punktów (np. metodą regresji



liniowej), która wraz z prostopadłą osią U_B utworzy nowy układ współrzędnych obrócony od wyjściowego o kąt α . Należy zwrócić uwagę na fakt, że obrotu układu współrzędnych dokonano tak, aby wzdłuż osi U_A uzyskać największą zmienność. Ten typ rotacji nazywa się maksymalizującym wariancję (*varimax*) przy jednoczesnej minimalizacji tej zmienności wokół osi U_B . Ponieważ układ $U_A \perp U_B$ jest ortogonalny, to nowe zmienne stają się niezależne. Związek pomiędzy nowymi i starymi zmiennymi można znaleźć z rzutowania wektorów $\check{x}_{A,i}$ oraz $\check{x}_{B,i}$ (dla i -tego pomiaru) na osie U_A i U_B . Będą one tworzyć następujące kombinacje liniowe [9]:

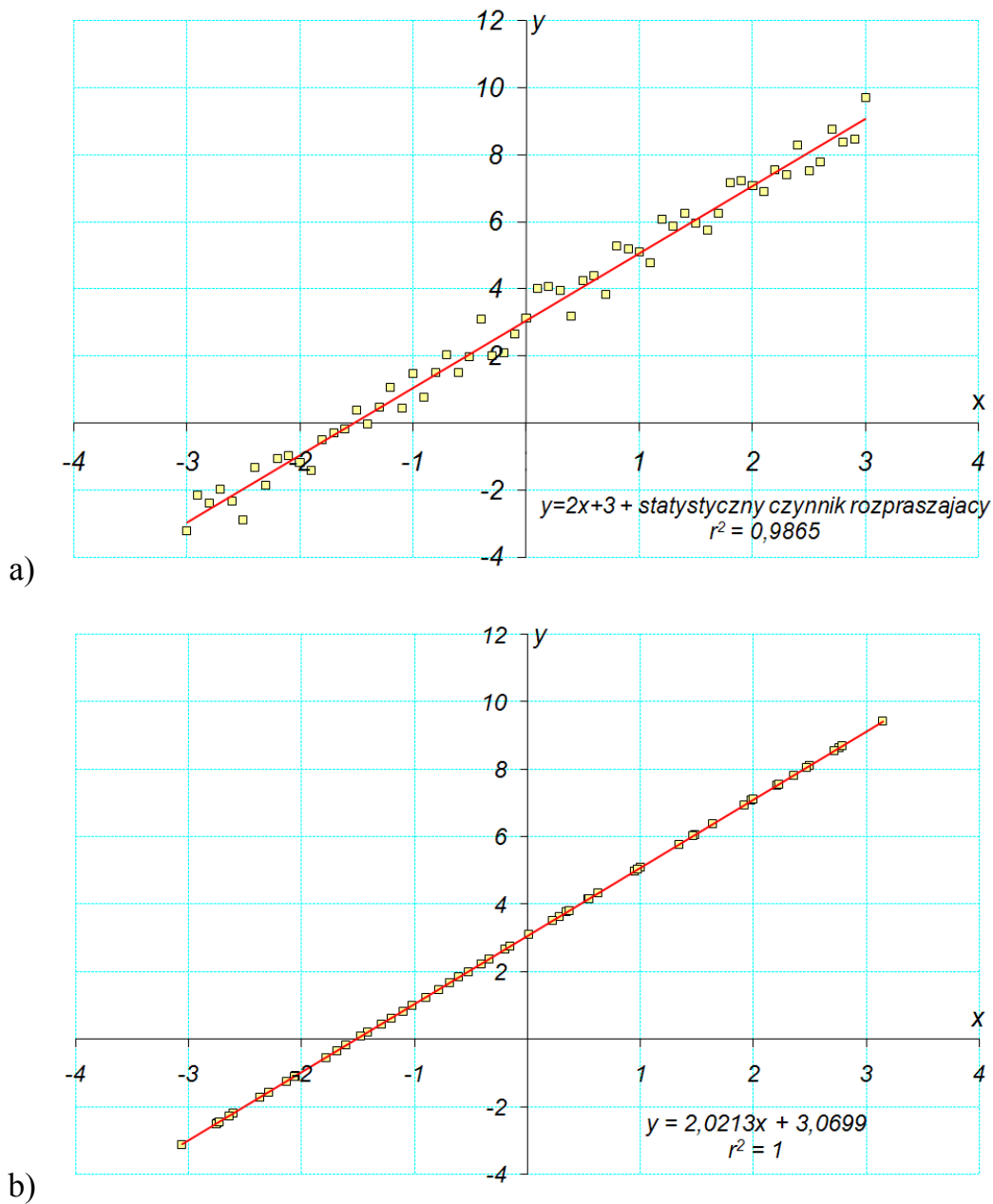
$$\begin{cases} U_A = \check{X}_A \cdot \cos(\alpha) + \check{X}_B \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \\ U_B = \check{X}_A \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) + \check{X}_B \cdot \cos(\alpha) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_A = \check{X}_A \cdot \cos(\alpha) + \check{X}_B \cdot \sin(\alpha) \\ U_B = -\check{X}_A \cdot \sin(\alpha) + \check{X}_B \cdot \cos(\alpha) \end{cases} \quad (5)$$

gdzie: \check{X}_i – przyczynik swoisty dla cechy i .

W tab. 1 zamieszczono dane wygenerowane dla zależności liniowej $y=2x+3$, które rozproszono przy pomocy generatora liczb losowych.

Tabela 1. Dane wyjściowe do analizy wymiarowej dla równomiernie zaburzonej funkcji liniowej: $y=2x+3$.

x	y	x	y	x	y	x	y
-3,0000	-3,2143	-1,4000	-0,0392	0,2000	4,0717	1,8000	7,1723
-2,9000	-2,1459	-1,3000	0,4830	0,3000	3,9542	1,9000	7,2405
-2,8000	-2,3810	-1,2000	1,0558	0,4000	3,1750	2,0000	7,0905
-2,7000	-1,9818	-1,1000	0,4438	0,5000	4,2329	2,1000	6,9062
-2,6000	-2,3258	-1,0000	1,4652	0,6000	4,3840	2,2000	7,5364
-2,5000	-2,8843	-0,9000	0,7683	0,7000	3,8488	2,3000	7,3930
-2,4000	-1,3225	-0,8000	1,5112	0,8000	5,2760	2,4000	8,3008
-2,3000	-1,8526	-0,7000	2,0381	0,9000	5,1808	2,5000	7,5313
-2,2000	-1,0711	-0,6000	1,5111	1,0000	5,0900	2,6000	7,7800
-2,1000	-0,9711	-0,5000	1,9643	1,1000	4,7767	2,7000	8,7451
-2,0000	-1,1825	-0,4000	3,0849	1,2000	6,0682	2,8000	8,3808
-1,9000	-1,4046	-0,3000	2,0150	1,3000	5,8643	2,9000	8,4622
-1,8000	-0,4872	-0,2000	2,1014	1,4000	6,2426	3,0000	9,7035
-1,7000	-0,2974	-0,1000	2,6650	1,5000	5,9581		
-1,6000	-0,1716	0,0000	3,1370	1,6000	5,7558		
-1,5000	0,3845	0,1000	4,0051	1,7000	6,2429		



Rys. 3. Przykład analizy FA dla nieznacznie zaburzonej równomiernie funkcji liniowej: $y=2x+3$; a) zestanadzoryzowane dane wyjściowe; b) zestanadzoryzowane dane po usunięciu czynnika rozpraszającego.

Rozproszenie wyników pokazano na rys. 3a. Ładunki czynnikowe dla zestanadzoryzowanych danych wejściowych oraz zależności pomiędzy nowymi i starymi zmiennymi przedstawiono w formie macierzowej:

$$\forall_{\underline{X}=\underline{a} \cdot \underline{X}^T} \begin{pmatrix} \underline{x} \\ \underline{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9981 & 0,0611 \\ 0,9981 & -0,0611 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{czynnik 1} \\ \text{czynnik 2} \end{pmatrix} \quad (6)$$



Czynnik 1 z zależności (6) związany jest ze zmiennością wyjaśnioną, natomiast czynnik 2 z szumem. Przekształcenie odwrotne można zapisać formułą:

$$\forall \underline{x}^T = \underline{a}^T \cdot \underline{X} \quad \begin{pmatrix} \text{czynnik 1} \\ \text{czynnik 2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,5009 & 0,5009 \\ 8,1762 & -8,1762 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \overset{\times}{x} \\ \overset{\times}{y} \end{pmatrix} \quad (7)$$

Przy uwzględnieniu tylko pierwszego czynnika wyniki przekształceń można zapisać jako:

$$\begin{cases} \text{czynnik 1} = 0,5009 \cdot \overset{\times}{x} + 0,5009 \cdot \overset{\times}{y} \\ \overset{\times}{x} = 0,9981 \cdot \text{czynnik 1} \\ \overset{\times}{y} = 0,9981 \cdot \text{czynnik 1} \end{cases} \quad (8)$$

Wyniki tych przekształceń pokazano na rys. 3b, na którym widać, że zastosowanie *FA* daje zadawalające rezultaty, pokazując odporność metody na zastosowane zakłócenia, choć otrzymane parametry prostej różnią się od oryginalnych o 5–7%.

Korelacja resztkowa

W analizie przestrzennej składowych głównych, po wyodrębnieniu wybranej liczby czynników, pozostaje jeszcze jakaś zmienność wokół osi, wzdłuż której wariancja jest maksymalna. Można ją zaniedbać lub starać się wyodrębnić następną, ortogonalną składową główną. Podstawowym kryterium będzie tutaj procent wytłumaczenia zjawiska. Jak wspomniano wcześniej, analiza, w której uwzględnione zostaną wszystkie możliwe składowe główne, nie prowadzi do redukcji wymiarowości sytuacji problemowej. Należy zdecydować, jaka część informacji (zmienności) może być utracona bez szkody dla wyjaśnianego problemu badawczego. Nowa struktura zmiennych niezależnych może być dodatkowo uproszczana i optymalizowana. Działania takie powinny być wspomagane komputerowo, gdyż proste w założeniach rachunki algebry liniowej są uciążliwe w wykonaniu.

Podsumowanie

Przykład połączenia silnie skorelowanych zmiennych w jeden czynnik pokazuje ideę minimalizowania liczby analizowanych zmiennych, czyli redukcję wymiarowości sytuacji problemowej, przez zastąpienie ich analizą składowych głównych. Dodatkowo składowe główne są ortogonalne, a tym samym nieskorelowane i niezależne, mają wartość średnią równą zero, a różnią się jedynie rozrzutem, co jest warunkiem podstawowym przy zastosowaniu niektórych metod analizy wyników pomiarów.



Przykłady

Jako przykłady zastosowania *FA* zostaną tutaj przytoczone badania nad ulepszeniem procesu technologicznego produkcji wapna sodowanego oraz analiza wyników zmian morfologicznych w krwi nurków podczas ekspozycji ciśnieniowych.

Wapno sodowane

Wapno sodowane jest sorbentem ditlenku węgla. Skrócony opis parametrów laboratoryjnego otrzymywania próbek do badań pokazano w tab. 2. Pełen opis procesu technologicznego podano w [1] i nie będzie tutaj przytaczany – por. także tab. 9.

Tabela 2. Dane z procesu otrzymywania wapna sodowego.

Lp.	Nr PP	Zawartość		temperatura gaszenia [°C]	czas stabilizacji [min]	czas ochronny * [min]
		NaOH	H ₂ O			
		[% _m]	[% _m]			
1	3	1,6	15,34	95	75	76,03
2	8	1,8	13,35	100	70	77,15
3	9	2,3	15,19	95	70	81,50
4	10	2,9	13,89	90	70	83,03
5	11	3,5	12,57	80	90	70,07
6	12	3,8	15,21	60	120	59,65
7	13	2,6	16,52	95	70	86,22
8	14	2,6	7,8	95	70	48,18
9	15	2,6	11,85	95	70	70,40
10	16	2,6	16,52	95	70	91,45
11	17	2,6	19,76	95	70	77,57
12	18	2,6	25,92	95	70	24,75

* wg STANAG 1411 [10]

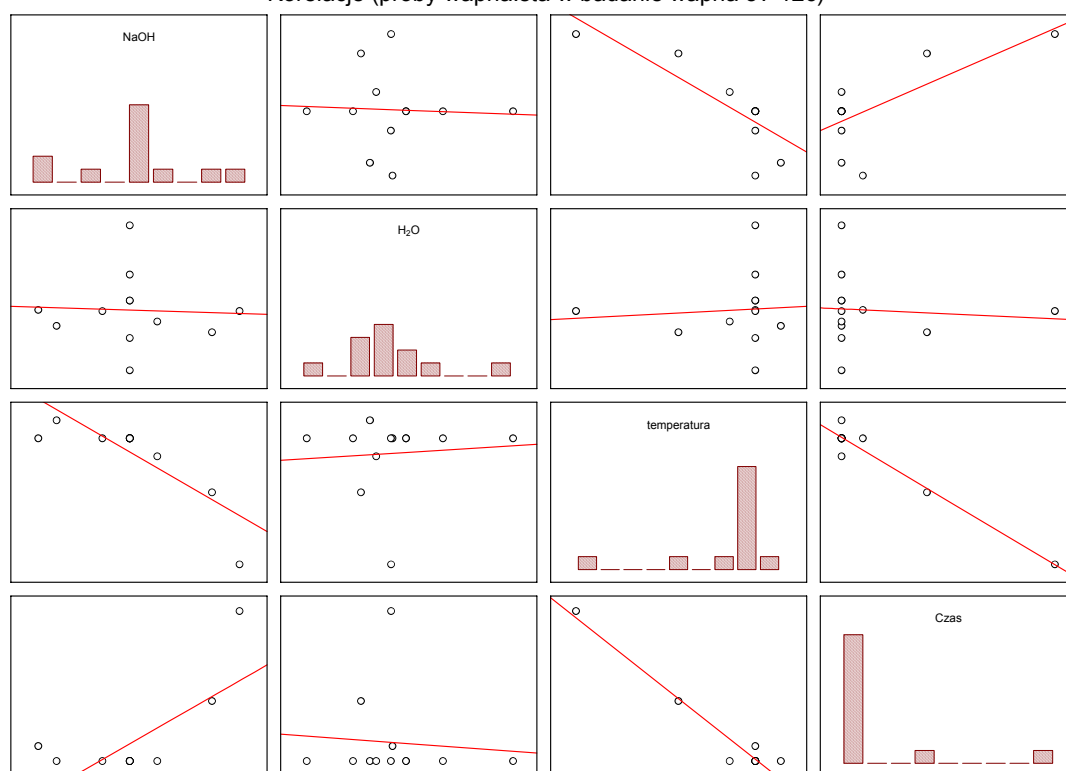
Już dla stosunkowo prostej sytuacji problemowej analiza współczynników korelacji pomiędzy parametrami procesu pokazuje, że kilka z nich jest silnie ze sobą skorelowanych – tab. 3 i rys. 4 (nie uwzględniono czasu ochronnego działania, gdyż jest on dla tej sytuacji problemowej zmienną zależną).



Tabela 3. Współczynniki korelacji.

Zmienna		Zawartość		temperatura gaszenia	czas stabilizacji
		NaOH	H ₂ O		
		[% _m]	[% _m]	[°C]	[min]
Zawartość [% _m]	NaOH		-0,05	-0,82	0,71
	H ₂ O			0,08	-0,08
temperatura gaszenia [°C]					-0,98

Korelacje (próby wapna.sta w badanie wapna 5v*12c)

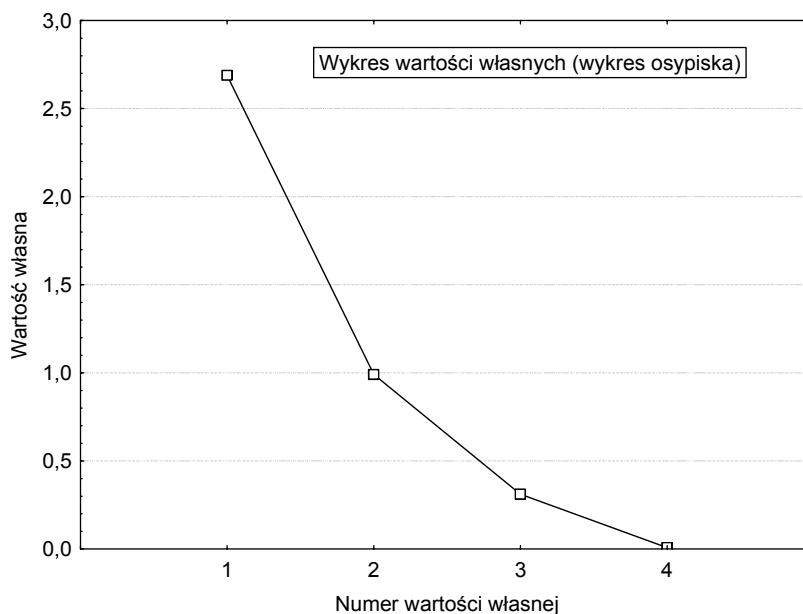


Rys. 4. Wyniki analizy korelacji pomiędzy parametrami procesu otrzymywania wapna sodowanego.

Trzy pierwsze wartości własne macierzy korelacji zebrano w tab. 4, a tzw. „wykres osypiska” jest ilustracją do tej tabeli – rys. 5.

Tabela 4. Wartości własne.

Lp.	Wartość własna	Udział procentowy w wariancji	Skumulowana wartość własna	Skumulowany udział procentowy
1	2,68866	67,22	2,69	67,22
2	0,99168	24,79	3,68	92,01
3	0,31138	7,78	3,99	99,79



Rys. 5. Wykres wartości własnych (wykres osypiska) dla danych surowych.

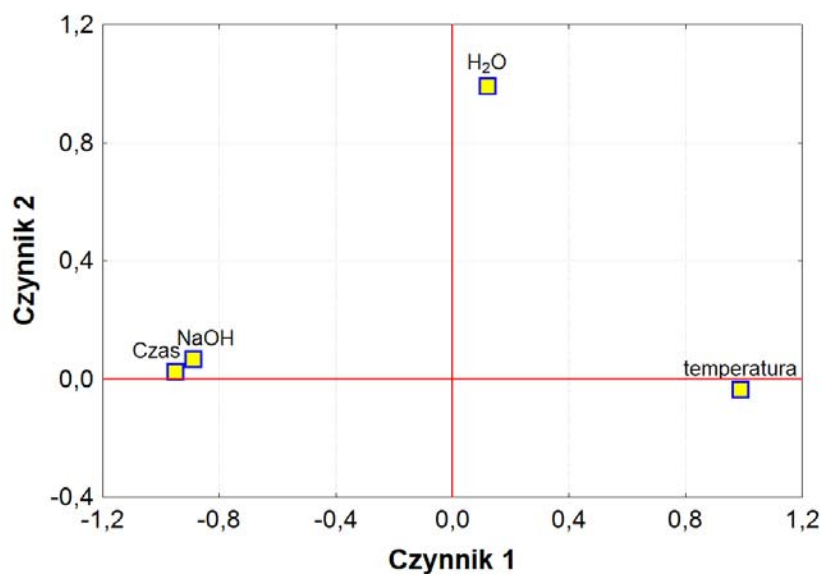
Wykres ten jest pomocniczą metodą oglądową do ustalenia liczby zmiennych, które należy pozostawić. Pozostawia się ich tyle, ile znajduje się przed osuwiskiem – poza płaską częścią wykresu. Korzystając z tego kryterium, trudno czasami zdecydować o liczbie zmiennych dla konkretnego przypadku. Innym popularnym sposobem postępowania jest wykorzystanie tzw. *kryterium Kaisera* [2], mówiące o tym, że należy pozostawić te składowe główne, które mają wartości własne większe lub w bliskie jedność.

Pozostawiając w rozpatrywanym przypadku do dalszej analizy dwa czynniki, należy sprawdzić, jak odtwarzają one macierz korelacji, obliczając *korelacje resztkowe*. Są one różnicą pomiędzy współczynnikami korelacji w macierzy wyjściowej a korelacjami obliczonymi na podstawie wartości czynnikowych – tab. 5.

Tabela 5. Korelacje resztkowe.

Zmienna		Zawartość		temperatura gaszenia	czas stabilizacji
		NaOH	H ₂ O		
		[% _m]	[% _m]		
Zawartość [% _m]	NaOH		-0,01	0,06	-0,14
	H ₂ O			0,00	0,01
temperatura gaszenia [°C]					-0,03

Widać, że jedynie różnica wynosząca $-0,14$ odbiega od pozostałych, które są niewielkie – czyli opis jest zadowalający. Struktura czynnikowa jest dość czytelna, nawet bez zastosowania dodatkowej rotacji. Pokazano ją na rys. 6, zaś wartości liczbowe ładunków czynnikowych w tab. 6. Można ją jednak nieznacznie poprawić, stosując rotację. Ładunki czynnikowe po rotacji typu *varimax* pokazano na rys. 7, a ich wartości liczbowe w tab. 7.



Rys. 6. Struktura czynnikowa przed rotacją.

Tabela 6. Ładunki czynnikowe przed rotacją.

Zmienna		Czynnik 1	Czynnik 2
Zawartość [% _m]	NaOH	-0,888	0,067
	H ₂ O	0,120	0,993
temperatura gaszenia [°C]		0,989	-0,036
czas stabilizacji [min]		-0,952	0,025
wariancja wyjaśniona		2,689	0,992
udział		0,672	0,248

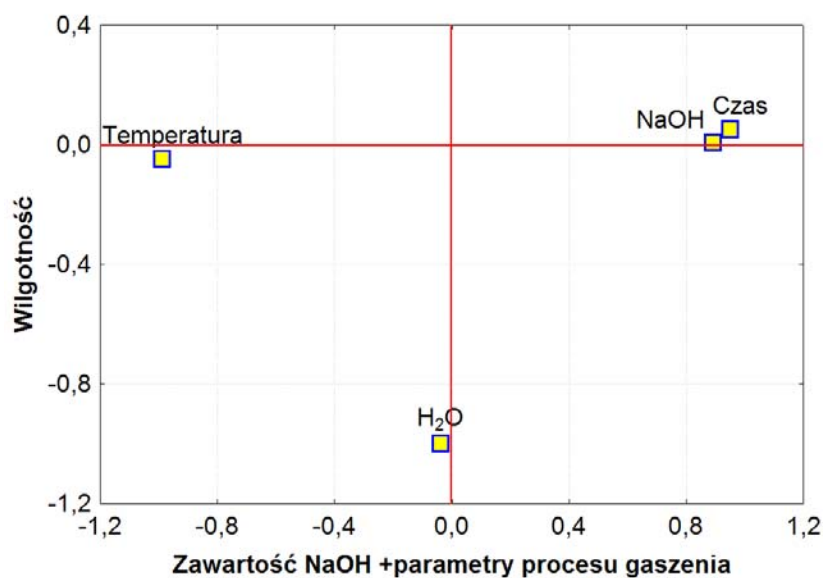
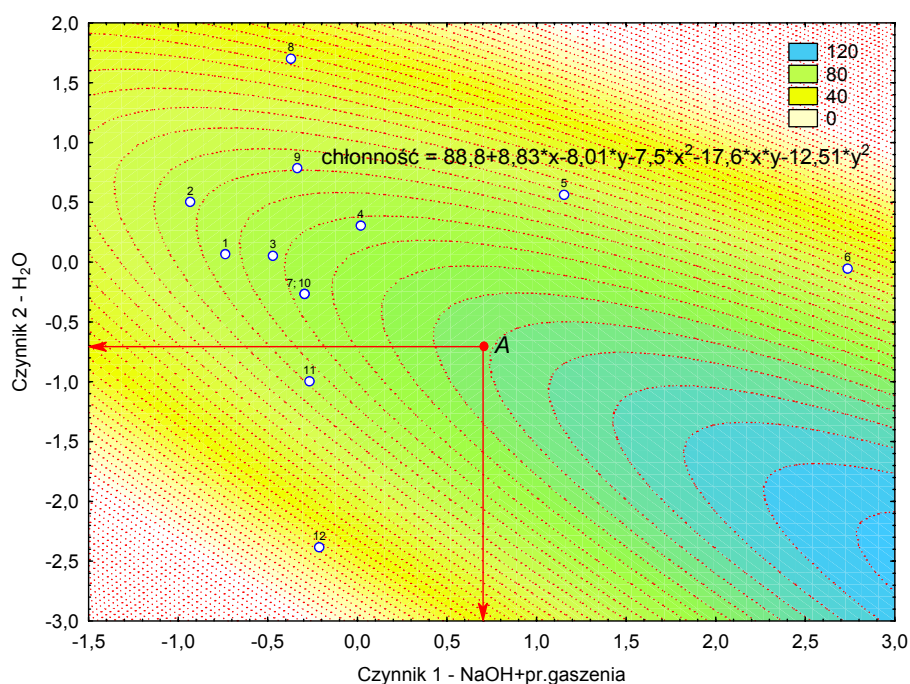
Rys. 7. Struktura ładunków czynnikowych po rotacji typu *varimax*.



Tabela 7. Ładunki czynnikowe po rotacji.

Zmienna		Czynniki	
		Zawartość NaOH+ parametry procesu gaszenia	Wilgotność
Zawartość [% _m]	NaOH	0,891	0,007
	H ₂ O	-0,037	-0,999
temperatura gaszenia [°C]		-0,989	-0,046
czas stabilizacji [min]		0,951	0,054
wariancja wyjaśniona		2,677	1,003
udział		0,669	0,251

Jak widać z tab. 7 i jak zaznaczono na rys. 7, pierwszy z czynników jest silnie związany z zawartością *NaOH* jako katalizatora reakcji oraz parametrami procesu gaszenia wapna palonego, natomiast drugi jest związany jedynie z zawartością wilgoci. Rys. 8 przedstawia wykres warstwiczny aproksymacji płaszczyzną drugiego stopnia wyników pomiarów (na wykresie zaznaczono punkty pomiarowe wraz z ich liczbami porządkowymi z tab. 2) czasu ochronnego w standaryzowanych współrzędnych czynnikowych przyjętych z tab. 7 po rotacji typu *varimax*.



Rys. 8. Wyniki pomiarów czasu ochronnego vs standaryzowane wartości czynnikowe po rotacji *varimax*.

Z analizy wykresu widać, że prawdopodobnie istnieje możliwość zwiększenia wartości czasu ochronnego w kierunku wartości ekstrapolowanych. Należy być ostrożnym przy wyciąganiu daleko idących wniosków przy wykorzystaniu ekstrapolowanych wartości i nie próbować odchodzić zbyt daleko od wartości zmierzonych. Dla potwierdzenia wybrano



punkt A - stosunkowo bliski innym punktom pomiarowym o standardowych współrzędnych czynnikowych $A(0,7;-0,7)$. Przeliczenie współrzędnych czynnikowych na jawne pokazano w tab. 8.

Tabela 8. Obliczenia jawnych współrzędnych procesu dla punktu A na podstawie współrzędnych czynnikowych.

Wartości czynnikowe		Zmienna procesu		Współczynniki (wartości) czynnikowe		Wartość średnia	Odchylenie standardowe	Obliczona wartość standardowa	$x = s \cdot \bar{x} + \bar{x}$
NaOH+	H ₂ O			NaOH+	H ₂ O				
						\bar{x}	s	\bar{x}	
0,7	-0,7	zawar- tość	NaOH	0,335	-0,040	2,63	0,6077	0,254	2,8 % _m
			H ₂ O	0,039	-1,001	15,33	4,4422	0,528	18,6 % _m
		temperatura		-0,370	0,006	90,83	10,8362	-0,262	88,0°C
		czas		0,355	0,004	76,25	14,9431	0,247	79,9min

Obliczone współrzędne procesu należy zwalidować poprzez przeprowadzenie eksperymentu, do którego wytyczne podano w tab. 9.

Tabela 9. Opis procesu technologicznego otrzymania próbki do badań.

Opis procesu technologicznego otrzymania próbki A do badań						
Do mieszalnika zetowego o pojemności $4dm^3$ zadozować 40g wodorotlenku sodu rozpuszczonego w 1200g wody pitnej oraz wsypać porcjami 1000g wapna niegaszonego mielonego, utrzymując temperaturę $88^\circ C$. Po zakończeniu procesu gaszenia pastę wodorotlenku wapnia i wodorotlenku sodu sezonować w temperaturze $20^\circ C$ przez 24 godz., następnie przy pomocy wyciarki ślimakowej uformować na wytłoczki o średnicy 2 mm i ułożyć na tacach. Po zakończeniu formowania produkt na tacach umieścić w suszarce elektrycznej i suszyć w temperaturze $140^\circ C$ przez 50 min. Uzyskany produkt sezonować przez 2 godz. i nakropić 150 g wody pitnej w celu uzyskania zawartości wilgoci na poziomie około 18,6% _m .						
MASA NaOH i PARAMETRY PROCESU						
Nr partii	Masa NaOH	Temperatura gaszenia	Czas gaszenia	Czas sezonowania	Temperatura suszenia	Czas suszenia
	[g]	[°C]	[min]	[h]	[°C]	[min]
A	40	88	80	24	140	50

Zmiany morfologiczne we krwi nurków podczas ekspozycji ciśnieniowych

Innym przykładem zastosowania FA będą badania nad bezpieczeństwem dekompresji. W sytuacji, gdy człowiek zostaje poddany działaniu zwiększonego ciśnienia (ekspozycja hiperbaryczna) gazów wchodzących w skład mieszaniny oddechowej, narasta wysycenie



organizmu tymi gazami, w przybliżeniu proporcjonalnie do wzrostu ciśnienia i czasu ekspozycji. W większości zachodzących zjawisk homeostaza (zdolność żywego organizmu do zachowywania względnie stałego stanu równowagi (np. składu krwi, temperatury ciała) przez odpowiednią koordynację i regulację procesów życiowych) w warunkach hiperbarycznych jest podobna do mechanizmów zachodzących przy normobarii. Występują jednak pewne fenomeny, ujawniające się w większym stopniu w hiperbarii lub występujące tylko w tych warunkach. Podobnie jak w normobarii, tak i w hiperbarii ważną rolę w procesach wysycania i desaturacji organizmu odgrywa krew, która za pomocą zjawiska dyfuzji zachodzącego w pęcherzykach płucnych wymienia gazy z otoczeniem, a następnie rozpuszczone fizycznie lub związane chemicznie rozprowadza po całym organizmie i ponownie dzięki zjawisku dyfuzji wymienia ze wszystkimi tkankami.

Występowanie w warunkach hiperbarii szeregu niebezpiecznych dla życia zjawisk znajduje też swoje odzwierciedlenie w chemizmie (całokształt właściwości i przemian chemicznych materii) krwi. Zebrano dotąd szereg danych na temat zmian zachodzących we krwi, aktywowanych przebywaniem pod zwiększonym ciśnieniem i późniejszą dekompresją. W kraju badaniami tymi zajmowało się kilku autorów. Analiza wyników badań nie ujawniła jednoznacznie mechanizmów zachodzących procesów, koniecznym stało się zastosowanie modeli i metod statystyki matematycznej do oceny istotności wyprowadzanych wniosków. Początkowo starano się dochodzić istotności różnic pomiędzy danymi wyjściowymi a wynikami pomiarów po dekompresji za pomocą wnioskowania statystycznego. Jednakże tak obrany sposób oceny istotności zmian umożliwia jedynie wyizolowaną ocenę wybranego parametru. Podejście takie nie daje obrazu istniejących pomiędzy nimi powiązań. Wygodne byłoby zastosowanie innej metody analizy efektów przeprowadzonych badań, która dawałaby możliwość (w sposób niezależny od intencji opracowującego wyniki) określenia hierarchii istotności zmian poszczególnych parametrów w wybranym ich zestawie. Dodatkowo, jeżeli metoda ta dawałaby przynajmniej przybliżony obraz powiązań pomiędzy poszczególnymi zmiennymi, to mogłaby się przyczynić do weryfikacji postulowanych mechanizmów biochemicznych. Wydaje się, że zastosowanie *FA* przyczyniło się do łatwiejszej weryfikacji istotności analizowanych parametrów i ich hierarchizacji [4].

Zmiany hematologiczne indukowane hiperbarycznie

FA poddano dane uzyskane podczas powietrznych ekspozycji hiperbarycznych przeprowadzonych w Akademii Marynarki Wojennej.

Wszystkie przedstawione tutaj wyniki badań uzyskano wyłącznie od ochotników, żołnierzy zawodowych z Ośrodka Szkolenia Nurków i Płetwonurków WP, jednostek nurkowych *MWRP* oraz płetwonurków, zrzeszonych w klubach *PTTK* i *LOK*. Badaniami objęto 37 nurków, którzy wykonali łącznie 61 osobonurkowań. Wycinek przykładowych wyników pomiarów zamieszczono w tab. 10 – pełne wyniki opublikowano wcześniej [4]. Wszystkie wyniki zestandaryzowano, lecz w analizie czynnikowej uwzględniono jedynie 26 przypadków, dla których dysponowano kompletem wyników. Nie zamieszczono tutaj badań dla grupy porównawczej, gdyż nie jest ona przy tego rodzaju analizie konieczna.



Tabela 10. Wybrane, przykładowe wyniki pomiarów wybranych oznaczeń laboratoryjnych.

Nr	WBC [K/ μ l]			LYM [%]			MID [%]			GRAN [%]			RBC [M/ μ l]			HGB [g/dl]			HCT [%]			MCV [fl]			PLT [K/ μ l]		
	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1	6,8	5,1	4,7	34,3	33,4	36,1	4,4	3,5	4,4	61,3	63,1	59,5	5,57	5,37	5,48	16	16,9	17,1	47,9	49,9	46	86	93	84	199	211	200
2	5,5	7	6,2	35	25,3	33,8	4,9	2,7	4,6	60,1	72	61,6	5,62	5,46	5,61	17,6	15,7	16,1	52,3	47	43,8	93	86	78	196	217	210
3	7,1	6,4	5,6	46	41,7	49,8	5,4	4,6	5,4	48,6	53,7	44,8	5,23	5,05	4,95	15,5	14,9	14,7	46,5	43,9	39,1	89	87	79	315	321	278
4	4,7	5,3	4,7	36,1	28,9	35,3	4,4	3,9	5	59,5	67,2	59,7	5,48	5,52	5,39	17,1	17,1	17,1	46	46,4	46,4	84	84	86	200	178	217
5	5,6	6,4	5,5	49,8	41,1	48,1	5,4	4,4	5,8	44,8	54,5	46,1	4,95	5,05	4,79	14,7	14,8	14,3	39,1	40,4	39,3	79	80	82	278	286	282
6	6,2	10		33,8	22,8		4,6	2,1		61,6	75,1		5,61	5,28		16,1	15,2		43,8	41,2		78	78		210	217	
8	5	5,2	4,6	38,1	28,6	25	3,9	4,2	5,1	58	67,2	69,9	5,67	5,49	5,6	17,3	16,6	16,7	45,4	44,5	46,5	80	81	83	177	184	173
9	9,5	9,6	6,6	23	16,3	18,2	3,7	3,3	3,7	73,3	80,4	78,1	5,66	5,81	5,43	16	16,6	15,4	44,7	45,9	42,9	79	79	79	238	261	219
11	4,6	6,4	6,5	42,4	37	27,5	3,3	3	3,5	54,3	60	69	4,27	4,23	4,2	13,3	13,1	13,1	37,1	36,4	36,5	87	86	87	336	345	325
12	5,6	5,9		30,9	24		2,9	3,4		66,2	72,6		5,31	5,49		14,9	15,6		41,9	43,4		79	79		306	334	291
13	4	3,6	4,1	47,3	40,9	48,4	4,9	5,7	4,6	47,8	53,4	47	5,22	5,23	5,28	15,9	15,9	16,1	43,8	43,9	44,4	84	84	84	212	226	217
14	6,6	7,5	8	18,2	15,2	12,9	3,7	3,1	2,1	78,1	81,7	85	5,43	5,64	5,35	15,4	16,1	15,3	42,9	45,1	42,3	79	80	79	219	254	239
15	5,7	6,2	4,9	38	34,2	36,7	4	3,8	3,9	58	62	59,4	5,09	5,09	5,16	15,2	15,2	15,6	41,7	42,2	42,8	82	83	83	233	235	225
16	4,4	5,6	4,4	35	42,6	40,2	4,1	3,7	5	60,9	53,7	54,8	5,25	5,38	5,3	16,4	16,6	16,4	45,7	46,3	45,6	87	86	86	210	110	193
17	6,5	6,5	5	27,5	31	33,7	3,5	3,2	3,6	69	65,8	62,7	4,2	4,28	4,2	13,1	13	12,9	36,5	36,8	36,5	87	86	87	345	374	352
18	4,9	5,6	6,1	28,8	26,3	19,6	4,4	3,5	3,7	66,8	70,2	76,7	5,43	5,39	5,15	16,1	16,2	15,6	45,1	44,7	42,7	83	83	83	176	184	195
19	9,1	9,3	6,6	29,5	25,7	32,8	3,4	3,8	3,9	67,1	70,5	63,3	4,88	5,01	4,95	15,5	15,7	15,6	43,4	44,1	43,1	89	88	87	249	148	268
20	4,3	4,5	3,6	36,4	33,8	34,2	5,7	5,2	5,5	57,9	61	60,3	4,5	4,57	4,49	13,3	13,6	13,1	37,4	37,9	37,7	83	83	84	235	263	245
21	6,2	6,7	5,7	27,9	29,2	27,3	3,6	3,7	4,2	68,5	67,1	68,5	4,79	4,82	4,77	14	13,9	13,8	38,8	39	39,1	81	81	82	186	190	203
22	4,5	4,8	3,3	41,9	34,1	39,6	5,4	4,7	5,1	52,7	61,2	55,3	5,31	5,39	5,26	15,7	16,1	15,8	44,1	45,3	43,7	83	84	83	219	245	200
23	3,4	4,9	3,5	47	41,4	52,1	6,1	3,8	4,1	46,9	54,8	43,8	5,04	5,23	5,02	14,3	14,7	14,2	40,3	41,3	40,2	80	79	80	238	252	230
24	6,6	7,8	5,9	32,8	29,4	36,7	3,9	3,5	3,4	63,3	67,1	59,9	4,95	4,9	4,92	15,6	15,5	15,3	43,1	42,6	42,8	87	87	87	268	273	243
25	3,6	6,1	4,3	34,2	29,9	35,3	5,5	4,1	5,9	60,3	66	58,8	4,49	4,44	4,6	13,1	13	13,5	37,7	36,9	38,6	84	83	84	245	256	251
26	5,7	5,5	4,8	27,3	30,1	32,9	4,2	3,2	4,4	68,5	66,7	62,7	4,77	4,47	4,66	13,8	12,8	13,5	39,1	36,7	37,7	82	82	81	203	167	126
27	4,9	5,5	4,6	29,9	31,2	32,7	3,5	3,9	4,2	66,6	64,9	63,1	5,48	5,45	5,3	17,2	17,1	16,5	46	46,9	45,1	84	86	85	214	221	183
28	4,6	5,5	5	26,6	23	26,5	3,6	3,8	3,6	69,8	73,2	69,9	5,26	5,37	5,27	16,1	16,5	15,9	44,2	45,1	43,7	84	84	83	302	303	273
29	5	5,4	4,8																43,7	43,5	44						202
30	4,6	5,4	5,4	42,7	39,1	37,4	4,2	4,9	4,2	53,1	56	58,4	5,3	5,6	5,45	15,8	16,5	17,5	45,1	47,6	46,9	85	85	86	193	196	188
31	8,2	8,3	5,9										5,27	5,27	4,9	16,7	15,8	15,5	48	44,6	44,3	91	91	91	196	162	155
32	5,9	6,4	7,2										4,82	4,65	4,7	14,9	14,9	14,6	42,5	41,9	42,8	92	90	91	244	240	259
33	6,4	7,1	5,9										5	4,71	4,68	15,5	14,8	14,5	45,5	42,9	41,7	91	91	89	248	242	242
34	5	6,3	5,9										5	5,22	5,25	15,1	15,4	15	42	43,3	44,6	84	83	85	198	217	210
35	6,7	6,6	6,2										5,9	5,72	5,54	16,9	16,6	15,5	49	46,9	46	83	82	83	278	277	244
36	5,7	6,5											4,58	4,75		13,9	14		41,2	42,8		90	90		224	235	
37	5,9	7,4											4,89	5,42		15,2	15,7		43	47,2		88	87		227	262	
38	5	5,6											4,75	4,83		14,7	14,3		41,8	42,5		88	88		294	330	

1- pomiary przed nurkowaniem; 2-pomiary 1h po nurkowaniu; 3-pomiary 24h po nurkowaniu



Przeprowadzenie oznaczeń laboratoryjnych

W przeprowadzonych badaniach oceniano zmiany w zakresie wybranych parametrów laboratoryjnych. Bezpośrednio przed rozpoczęciem, 1h po zakończeniu dekompresji i 24h po zakończeniu każdej ekspozycji ciśnieniowej wykonywano następujące oznaczenia: morfologię krwi z automatycznym rozmazem 3-parametrycznym, zawartość hematokrytu, C3c [mg/dl], C4 [mg/dl], IgG [mg/dl], IgA [mg/dl], IgM [mg/dl], CRP [mg/dl], fibrynogenu (FIB) [mg/dl] oraz czynnik XII układu krzepnięcia [%].

Próbki krwi pobierano z żyły łokciowej 3-krotnie, dla każdej osobodekompresji. Krew do badań układu krzepnięcia pobierano bezpośrednio do probówki z polipropylenu napelnionej 3,1% roztworem cytrynianu sodu, w stosunku 9:1 (tj. 4,5cm³ krwi na 0,5cm³ cytrynianu sodu) i odstawiano do chłodziarki o temperaturze ok. +4°C do momentu opracowania (maksymalnie 2h od momentu pobrania). Krew do oznaczeń białek osocza pobierano na skrzep do szklanej probówki bez jakichkolwiek dodatków i bezpośrednio po pobraniu odstawiano do łaźni wodnej z lodem, celem zabezpieczenia przed inaktywacją układu dopełniacza. Następnie próbki krwi wirowano z przyspieszeniem 1500G przez 10min. Po odwirowaniu, pipetą delikatnie ściągano surowicę i porcjowano do probówek Eppendorfa. Dodatkowe 2cm³ krwi pobierano do typowej probówki na morfologię krwi, opłaszczonej wewnątrz EDTA celem wykonania rutynowych badań morfologicznych.

Do oznaczeń używano surowicy świeżej lub mrożonej (maksymalnie 7 dni) w temperaturze $t = -20^{\circ}\text{C}$. Przed badaniem surowicę mrożoną pozostawiano przez 30 min w temperaturze pokojowej, celem rozmrożenia próbki. Morfologię krwi z rozmazem 3-parametrycznym wykonywano automatycznie na aparacie Cell-Dyn 1600 firmy Abbot. Stężenie immunoglobulin (zakresy stężeń prawidłowych: 800–1700 mg/dl dla IgG, 100–490 mg/dl dla IgA i 50–320 mg/dl dla IgM) oznaczano metodą turbidymetryczną w systemie Behring Turbi Time, używając przeciwciał *anti-IgG*, *anti-IgA* i *anti-IgM* [7]. Stężenie składowych C3c i C4 dopełniacza oceniano metodą turbidymetryczną z użyciem odczynników firmy Behring, w systemie Behring Turbi Time [7]. Surowicę badaną rozcieńczano w stosunku 1 objętość surowicy do 19 objętości 0,85% roztworu NaCl. Do oznaczania składowej C3c pobierano 50μl tak rozcieńczonej surowicy, a 200μl do oznaczania składowej C4. Do obu oznaczeń używano po 500μl przeciwciał, odpowiednio *anti-C3c* i *anti-C4*. W analogiczny sposób postępowano z surowicą kontrolną (*N/T Protein Control Serum for Nephelometric/Turbi Time System*). Pomiaru stężeń obu składowych dopełniacza (zakresy stężeń prawidłowych: 90–180 mg/dl dla C3c i 10–40 mg/dl dla C4) dokonywano automatycznie na aparacie Turbidimer Behring. Stężenie CRP w surowicy określano metodą jakościową z użyciem lateksu opłaszczanego przeciwciałami *anti-CRP*, wykorzystując aglutynację cząstek lateksu z surowicą badaną. Dodatni wynik aglutynacji świadczył o stężeniu białka CRP > 0,5mg/dl i powodował jego oznaczenie ilościowe metodą turbidymetryczną. Brak aglutynacji świadczył o prawidłowym stężeniu CRP w surowicy badanej. Pomiar stężenia (zakres stężeń prawidłowych: 150–400 mg/dl) fibrynogenu przeprowadzono za pomocą testu diagnostycznego Hemolab Fibrinomat firmy Bio-Merieux, z odczytem na koagulometrze Option-4 tejże firmy. Poziom czynnika XII układu krzepnięcia oznaczano na koagulometrze firmy Behring, przy użyciu zestawów testowych tejże firmy



(*Factor XII Deficient Plasma*), metodą chromogenną (zakres stężeń prawidłowych: 70–120%).

Wszystkie badania laboratoryjne prowadzone były zgodnie z aktualnie obowiązującą metodyką w zakresie medycznej diagnostyki laboratoryjnej. Na przeprowadzenie badań otrzymano zgodę od Terenowej Komisji Etyki Badań Naukowych przy Akademii Medycznej w Gdańsku. Ponadto, poddani badaniom nurkowie zostali poinformowani o celach eksperymentu i wyrazili zgodę na założoną metodykę badań, potwierdzoną podpisem w karcie badania nurka.

Analiza wyników

Do analizy przygotowano dane, wykorzystując wyniki badań, których wycinek pokazano w tab. 10. Obliczono różnice pomiędzy wartościami pomiarów otrzymanych po nurkowaniu i przed nurkowaniem oraz wyniki uzyskane 24h po nurkowaniu i przed nurkowaniem. Te dwa zestawy danych poddano standaryzacji w sposób opisany wcześniej. Poprzez standaryzację wszystkie dane były uwzględniane w analizie. Jednakże do samej FA użyto jedynie 26 przypadków, dla których dysponowano kompletem wyników pomiarów. Następnie dla tak otrzymanych danych obliczono współczynniki korelacji, które podano w tab. 11–12.

Tabela 11. Współczynniki korelacji pomiędzy pomiarami laboratoryjnymi dla różnic pomiędzy ich wartościami przed i 1h po dekompresji.

	IgA	IgM	C3c	C4	CRP	WBC	LYM	MID	GRAN	RBC	HGB	HCT	MCV	PLT	FIB	cz.XII	
IgG	0,23	0,24	0,49	0,65	0,12	-0,11	0,15	0,33	-0,20	0,34	0,53	0,48	0,35	0,14	0,19	0,31	
IgA		-0,02	0,44	0,36	0,25	0,18	0,04	-0,26	0,01	0,25	0,20	0,23	0,07	0,01	-0,09	-0,07	
IgM			-0,11	0,10	0,02	0,04	0,06	-0,03	-0,05	0,08	0,09	0,09	0,08	0,58	-0,18	0,27	
C3c				0,40	-0,10	-0,15	-0,08	0,33	0,02	0,55	0,40	0,40	-0,02	-0,11	0,19	0,00	
C4					0,13	0,11	0,12	-0,05	-0,10	0,34	0,34	0,34	0,14	-0,12	0,15	0,39	
CRP						0,45	-0,21	-0,13	0,22	-0,18	-0,09	-0,07	0,10	0,08	0,13	-0,09	
WBC							-0,31	-0,46	0,37	-0,04	-0,32	-0,29	-0,41	-0,02	0,07	0,04	
LYM								0,26	-0,98	0,11	0,19	0,22	0,18	-0,41	-0,04	0,13	
MID									-0,43	0,42	0,43	0,51	0,26	-0,15	0,06	0,15	
GRAN										-0,18	-0,26	-0,30	-0,22	0,41	0,03	-0,15	
RBC											0,71	0,74	-0,03	-0,01	0,08	0,30	
HGB												0,95	0,62	0,06	0,11	0,28	
HCT													0,65	0,03	0,11	0,30	
MCV														0,09	0,08	0,12	
PLT															-0,06	0,16	
FIB																	0,12



Tabela 12. Współczynniki korelacji pomiędzy pomiarami laboratoryjnymi dla różnic pomiędzy ich wartościami przed i 24h po dekompresji.

	IgA	IgM	C3c	C4	CRP	WBC	LYM	MID	GRAN	RBC	HGB	HCT	MCV	PLT	FIB	cz.XII
IgG	0,22	0,23	0,46	0,41	-0,32	0,31	-0,13	0,07	0,12	0,08	0,24	0,46	0,48	-0,09	0,33	-0,05
IgA		0,19	0,42	0,62	-0,16	0,17	0,18	-0,40	-0,13	0,21	0,16	0,33	0,28	-0,27	-0,08	-0,38
IgM			-0,06	0,17	-0,36	0,34	-0,08	-0,06	0,09	-0,07	0,00	0,04	0,09	-0,07	-0,07	-0,30
C3c				0,59	0,10	0,25	-0,11	-0,11	0,12	0,28	0,23	0,44	0,38	0,04	0,49	0,18
C4					-0,17	0,24	0,13	-0,15	-0,11	0,33	0,20	0,36	0,26	-0,03	0,56	-0,07
CRP						-0,50	0,04	0,35	-0,08	0,08	0,01	-0,08	-0,14	-0,12	-0,13	-0,03
WBC							-0,44	-0,23	0,47	0,16	-0,01	0,08	0,04	0,21	0,10	-0,08
LYM								-0,06	-0,99	0,18	0,04	-0,11	-0,22	-0,29	0,03	-0,09
MID									-0,06	0,06	-0,02	0,15	0,14	-0,12	-0,07	-0,18
GRAN										-0,18	-0,03	0,09	0,20	0,30	-0,02	0,11
RBC											0,55	0,49	0,12	0,23	0,07	-0,21
HGB												0,60	0,43	0,12	0,06	0,02
HCT													0,92	0,14	0,20	-0,15
MCV														0,07	0,20	-0,09
PLT															0,36	0,35
FIB																0,58

Wskazują one na typowe powiązania w obrębie leukocytów (liczby limfocytów *LYM* i granulocytów *GRA*) oraz erytrocytów i wielkości z nimi związanymi (liczby krwinek czerwonych *RBC*, zawartości hemoglobiny *HGB*, wskaźnika hematokrytu *HCT*, objętości krwinki czerwonej *MCV*). Jednocześnie w zmianach tych zależności zarysowują się pewne tendencje zależne od czasu, który upłynął od zakończenia dekompresji. Zaobserwować też można słabe tendencje do łączenia się niektórych białek z elementami morfotycznymi krwi w kompleksy, zachodzące w krótkim czasie po dekompresji (np. *C3c* z krwinkami czerwonymi czy immunoglobuliny *IgM* z płytkami krwi). Później efekt ten zanikał, a zachodził po 24h dla innych układów (np. *C4* czy czynnika XII (*cz.XII*) z fibrynogenem *FIB*). Zaobserwować też można późniejszą tendencję do występowania korelacji pomiędzy niektórymi białkami (np. *IgA* i *C4*), gdy początkowo tendencja ta nie miała miejsca.

Niektóre współczynniki korelacji zapisane w tab. 11–12 mają na tyle duże wartości, że należy oczekiwać silnych wzajemnych powiązań. Oznacza to, że niesiona informacja powinna być nadmierna i można spróbować dokonać uproszczeń, pomijając niektóre mniej znaczące cechy poprzez obrót hiperukładu współrzędnych, w którym zostały one odłożone. W tym celu macierz korelacji należy zdiagonalizować – wartości własne dla zdiagonalizowanej macierzy korelacji podano w tab. 13.



Tabela 13. Wartości własne macierzy korelacji po poddaniu jej diagonalizacji zawężone do 12 wartości własnych.

Nr	dla różnic wartości 1h po nurkowaniu i przed nurkowaniem			dla różnic wartości 24h po nurkowaniu i przed nurkowaniem		
	Wartość własna	Udział procento- wy w wartości ogólnej	Skumulowany udział procentowy	Wartość własna	Udział procen- towy w wartości ogólnej	Skumulowany udział procentowy
1	4,68	27,53	27,53	4,06	23,89	23,89
2	2,58	15,21	42,73	2,69	15,81	39,70
3	1,88	11,08	53,81	2,17	12,79	52,49
4	1,59	9,33	63,14	1,97	11,60	64,09
5	1,34	7,86	71,00	1,35	7,93	72,03
6	1,23	7,25	78,25	1,20	7,07	79,10
7	0,91	5,37	83,62	0,99	5,83	84,93
8	0,83	4,87	88,49	0,66	3,87	88,80
9	0,68	3,99	92,49	0,60	3,55	92,35
10	0,45	2,66	95,15	0,38	2,26	94,61
11	0,29	1,68	96,83	0,34	1,99	96,60
12	0,27	1,59	98,42	0,22	1,27	97,86

Według kryterium Kaisera należy pozostawić składowe nr 1–6 z tab. 13. Te sześć pierwszych wartości własnych tłumaczy ok. 78–79% zjawiska. Wartości korelacji resztkowej są małe (w większości ok. 0,1), co dowodzi, że opis za pomocą sześciu składowych można uznać za zadawalający.

W celu polepszenia struktury czynników dokonano rotacji typu *varimax* dla zawężonej do sześciu liczby wartości własnych zdiagonalizowanej macierzy korelacji i obliczono ładunki czynnikowe. Wyniki tych obliczeń pokazują zmienne mające istotny wpływ na opis indukowanych hiperbarycznie zmian zachodzących we krwi – tab. 14. Oprócz tego można ustalić zależności (ładunki czynnikowe) zachodzące w obrębie wytypowanego zestawu badanych parametrów. Można postulować, że na opis zmian indukowanych hiperbarycznie w 1h po ekspozycji największy wpływ ma obecność składowej dopełniacza C3c w kompleksie z erytrocytami (*RBC*). Innymi ważnymi czynnikami w opisie zjawisk zachodzących w 1h po dekompresji są zmiany stężenia białka ostrej fazy *CRP*, immunoglobuliny *IgM*, limfocytów *LYM* w korelacji z granulocytami *GRA*, fibrynogenu *FIB*, a dodatkowo wpływ na opis zjawiska mają zmiany średniej objętości krwinki czerwonej *MCV*. Inne parametry są do pominięcia, pod warunkiem przyjęcia ok. 78% dokładności opisu zjawiska.

Tabela 14. Ładunki czynnikowe po rotacji *varimax*.

Zmienna	dla różnic wartości 1h po nurkowaniu i przed nurkowaniem						dla różnic wartości 24h po nurkowaniu i przed nurkowaniem					
	C3c+ RBC	CRP	IgM	LYM+ GRAN	MCV	FIB	MCV+IgG	LYM+ GRAN	FIB+ cz.XII	IgA+C4+ C3c	RBC+ HGB	CRP
IgG	0,55	0,24	0,32	0,15	0,34	0,24	0,64	0,06	0,11	0,38	-0,04	0,36
IgA	0,51	0,59	-0,13	0,03	0,03	-0,45	-0,04	-0,10	-0,41	0,79	0,15	0,17
IgM	-0,02	0,03	0,85	-0,01	0,07	-0,22	0,14	0,04	-0,27	0,03	-0,09	0,69
C3c	0,84	-0,03	-0,23	-0,11	0,03	0,01	0,26	0,18	0,26	0,79	0,13	-0,17
C4	0,59	0,46	0,23	0,25	-0,02	0,22	0,17	-0,14	0,14	0,82	0,14	0,17
CRP	-0,15	0,75	-0,04	-0,17	0,16	0,17	0,00	-0,01	-0,14	-0,03	0,00	-0,89
WBC	-0,01	0,57	0,09	-0,19	-0,53	0,14	-0,12	0,54	0,01	0,27	0,11	0,57
LYM	0,01	-0,09	0,03	0,96	0,14	-0,07	-0,15	-0,97	-0,03	0,08	0,07	-0,02
MID	0,29	-0,52	-0,05	0,21	0,41	0,25	0,59	-0,06	-0,12	-0,39	-0,08	-0,34
GRAN	-0,06	0,18	-0,02	-0,94	-0,20	0,02	0,07	0,98	0,05	-0,03	-0,06	0,06
RBC	0,85	-0,23	0,12	0,05	0,06	0,03	-0,01	-0,11	-0,07	0,21	0,85	-0,07
HGB	0,62	-0,10	0,13	0,09	0,66	0,06	0,30	-0,05	0,02	0,08	0,76	0,00
HCT	0,63	-0,10	0,12	0,12	0,67	0,06	0,69	0,09	-0,03	0,26	0,60	0,03
MCV	-0,03	0,12	0,07	0,11	0,93	0,05	0,79	0,17	0,00	0,20	0,31	0,09
PLT	-0,08	-0,01	0,66	-0,56	0,19	-0,18	-0,17	0,34	0,56	-0,21	0,47	0,11
FIB	0,10	0,11	-0,15	-0,08	0,07	0,79	0,21	-0,08	0,83	0,37	0,01	0,07
cz.XII	0,24	-0,05	0,64	0,20	-0,04	0,41	-0,10	0,06	0,87	-0,06	-0,10	-0,12
wariancja	3,32	1,93	1,88	2,40	2,47	1,31	2,19	2,43	2,15	2,63	2,07	1,98
udział	0,20	0,11	0,11	0,14	0,15	0,08	0,13	0,14	0,13	0,15	0,12	0,12

Na opis zmian indukowanych hiperbarycznie 24h po ekspozycji największy wpływ ma zmiana poziomu stężeń immunoglobuliny *IgA* oraz składowych dopełniacza *C3c* i *C4*. Należy zwrócić uwagę, że tym razem składowa *C3c* występuje w formie niezwiązanej. Innymi ważnymi czynnikami w opisie zjawisk zachodzących 24h po dekompresji są zmiany stężenia limfocytów *LYM* w korelacji z granulocytami *GRA*, erytrocytów poprzez zmiany objętości krwinki czerwonej *MCV*, zmiany poziomu hematokrytu *HCT* skorelowane z immunoglobuliną *IgG*, fibrynogenu *FIB* w kompleksie z czynnikiem *XII* kaskady krzepnięcia, erytrocytów *RBC* w korelacji z zawartością hemoglobiny *HGB* oraz białka ostrej fazy *CRP*. Inne są do pominięcia pod warunkiem przyjęcia ok. 79% dokładności opisu zjawiska.

Podsumowanie

Dzięki zastosowaniu *FA* z pozornego chaosu otrzymanych wyników pomiarów można wyłonić obraz pokazujący, które zmiany wartości zestawu mierzonych czynników mają najistotniejszy wpływ na opis analizowanej sytuacji problemowej.



W badaniach procesu technologicznego produkcji wapna sodowanego pokazano, że w stosunkowo niewielkim zestawie parametrów mogą istnieć tak silne powiązania, że nie jest możliwe ich oddzielne rozpatrywanie.

Przy badaniu efektów indukowanych hiperbarycznie we krwi stało się możliwe poszukiwanie ewentualnych mechanizmów interakcji, zachodzących w obrębie przyjętej do analizy grupy czynników. Dokonano tego jedynie na drodze opisu matematycznego, w sposób obiektywny, bo niezależny od woli eksperymentatora. Większość z odkrytych efektów była badana oddzielnie przez wielu naukowców, a przy zastosowaniu *FA* udało się je wykazać w jednym cyklu doświadczeń i stosunkowo prostej analizie. Wyczerpujący opis porównawczy stanowiący walidację tej metody podano w: [4] i nie będzie on tutaj przytaczany.

Zastosowania *FA* (np. do analizy działania katalizatora) można znaleźć także w innych publikacjach autora [5, 6].

Literatura

1. *Chemisorpcja ditlenku węgla w zastosowaniach wojskowych*, praca zbiorowa pod red. Kłós R. i Momot S., Akademia Marynarki Wojennej, Gdynia, 2005.
2. Dąbrowski J., *O problemie redukcji wymiarów*, Polskie Towarzystwo Inżynierii Rolniczej, Kraków, 2000.
3. Dobosz M., *Wspomagana komputerowo statystyczna analiza wyników badań*, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa, 2001.
4. Kłós R., Konarski M., Olszański R., *The implementation of factor analysis for the evaluation of selected blood parameter changes induced by hyperbaric exposure*, *International Maritime Health* **55**(2004)87–101.
5. Kłós R., *Modelowanie procesów wentylacji obiektów hiper- i normobarycznych*, Zeszyty Naukowe Akademii Marynarki Wojennej, Gdynia, 2005.
6. Kłós R., *Zastosowanie metod statystycznych w technice nurkowej – skrypt*, Wydawnictwo Polskiego Towarzystwa Medycyny i Techniki Hiperbarycznej, Gdynia, 2007.
7. Metzmann E., *Protein quantitation on both branches of the meidelberger curve by monitoring the kinetic of immunoprecipitation*, *Behring Inst. Mitt.* **78**(1985)167–175.
8. Pikoń J., *Aparatura chemiczna*, Państwowe wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1983.
9. Pogorzelski W., *Geometria analityczna*, Spółdzielnia Wydawniczo–Oświatowa „CZYTELNIK“, Warszawa, 1949.
10. STANAG 1411, *Standard to Qualify the Characteristics of Carbon Dioxide Absorbent Material for Diving, Submarine and Marine Applications*, NATO Standardization Agency 2006.
11. Wątroba J., *Pomiar rozwijanej mocy a czas trwania wysiłku na przykładzie wyciskania sztangi w pozycji leżącej*, [w:] *STATISTICA 6 w Twoim mieście*. Ogólnopolski cykl prezentacji nowej generacji oprogramowania, StatSoft Kraków, październik 2001.